SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





TRIGONOMETRÍA

DIRIGIDA

SEMANA 21

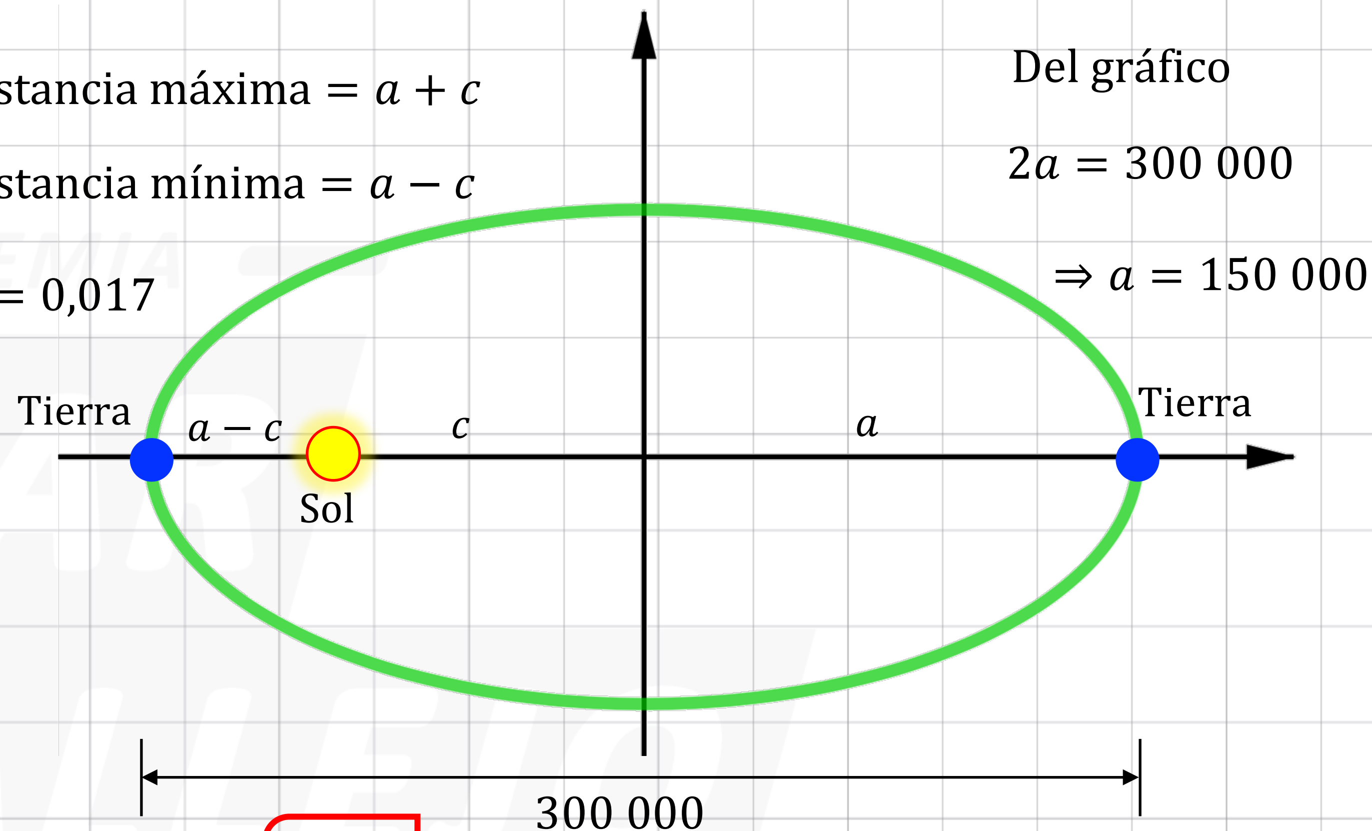
academiacesarvallejo.edu.pe

PROBLEMA 1

La órbita que describe la Tierra alrededor del Sol es aproximadamente una elipse, con el Sol en uno de los focos. Si el eje mayor de la órbita elíptica es de 300 000 km y la excentricidad es de 0,017 aproximadamente, calcule la distancia máxima y mínima de la Tierra al Sol.

A) 152 550 y 146 450
B) 152 550 y 147 430
C) 152 550 y 147 450
D) 153 540 y 147 420
E) 152 530 y 147 410

Resolución



excentricidad: $e = \dfrac{c}{a}$

$$0{,}017 = \frac{c}{150\,000} \quad \Rightarrow \quad c = 2550$$

Por lo tanto

$$a + c = 152\,550 \quad \wedge \quad a - c = 147\,450$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

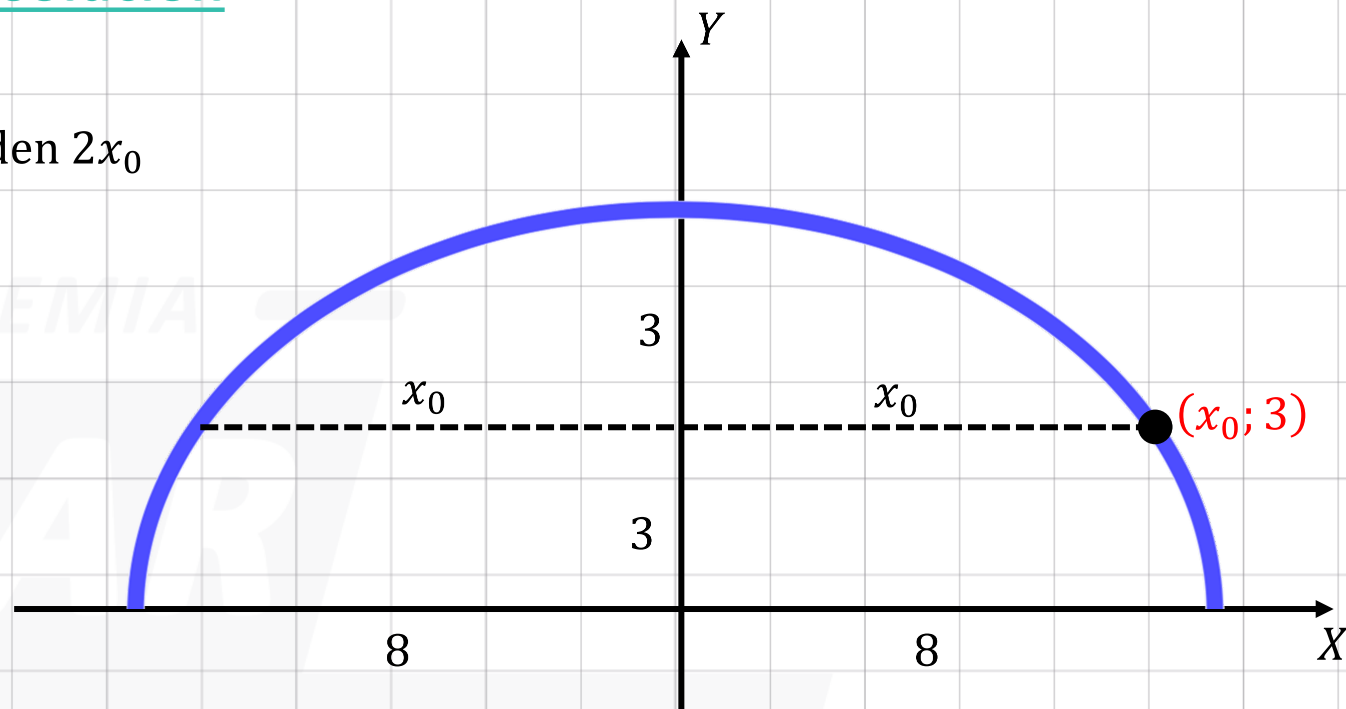
PROBLEMA 2

El arco de un túnel es de forma semielíptica y tiene un ancho en la parte más baja de 16 m y una altura en el centro de 6 m. ¿Qué ancho tiene el túnel a la mitad de su altura?

A) $5\sqrt{3}$
B) $6\sqrt{3}$
C) $8\sqrt{2}$
D) $8\sqrt{3}$
E) $9\sqrt{2}$

Resolución

Piden $2x_0$



Ecuación de la elipse

$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$a=8$ y $b=6$

$$\Rightarrow \mathcal{E}: \frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$$

$$(x_0;3)\in\mathcal{E} \Rightarrow \frac{x_0{}^2}{64}+\frac{3^2}{36}=1$$

$$\Rightarrow x_0=4\sqrt{3}$$

$$\therefore 2x_0=8\sqrt{3}$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 3

Halle la ecuación de la elipse de excentricidad $e=\frac{2}{3}$, centro en el origen y cuyas directrices son $y=\pm 9$.

A) $x^2+3y^2=0$
B) $3x^2+y^2=80$
C) $9x^2+5y^2=180$
D) $10x^2+15y^2=97$
E) $7x^2+y^2=25$

Resolución

Ecuación de la elipse

$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

Ecuación de la directrices:

$y=\pm 9$

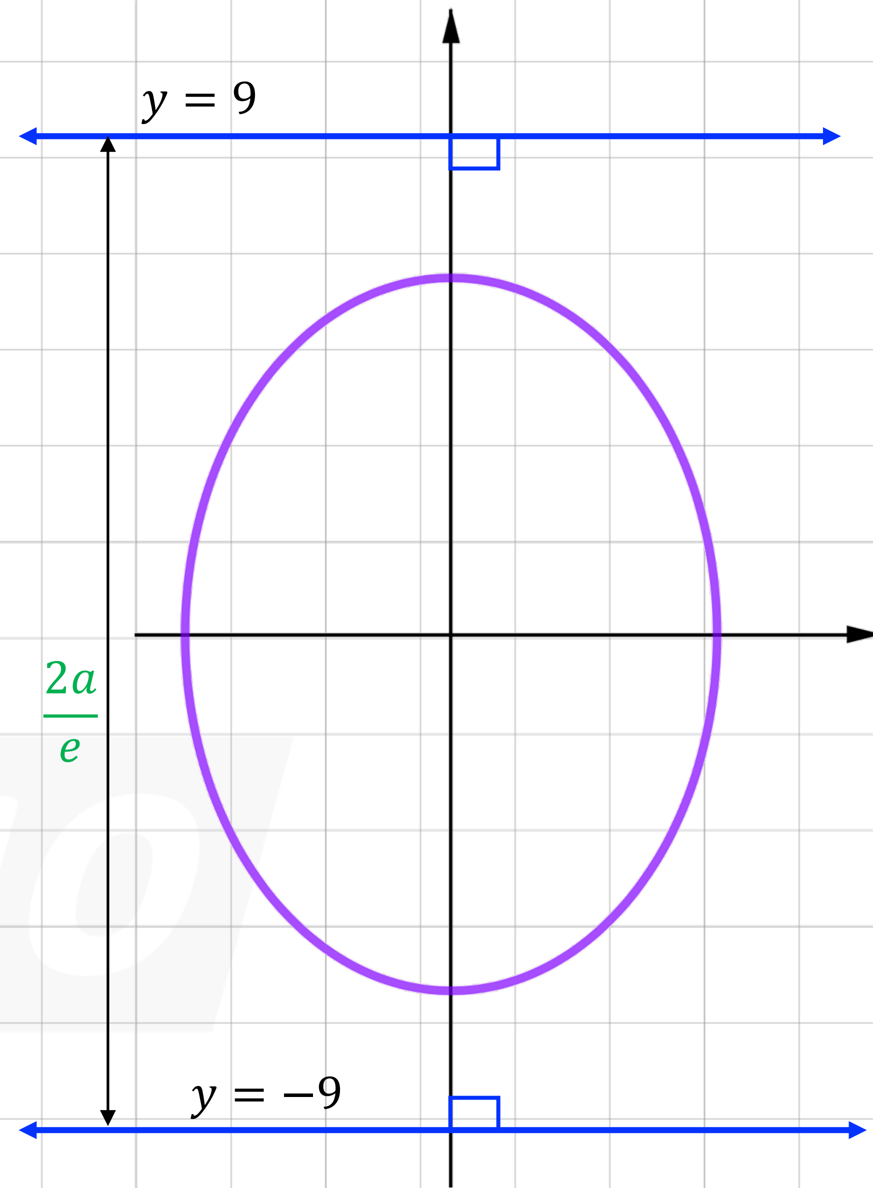
Excentricidad: $e=\frac{2}{3}$

Del gráfico: $\frac{2a}{e}=18$

$$\frac{2a}{\frac{2}{3}}=18 \Rightarrow a=6$$

$$e=\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{c}{6} \Rightarrow c=4$$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow b^2=20$$



$$\therefore\ \mathcal{E}: \frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 4

Sea la ecuación de la elipse $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$, que pasa por el punto (1; 5) y sus focos son los puntos (5; 2) y (−3; 2). Indique *abhk*.

A) 15 B) 20 C) 25
D) 30 E) 35

Resolución

Ecuación de la elipse:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$$h=\frac{-3+5}{2}$$

$\Rightarrow$ $h=1$

$k=2$

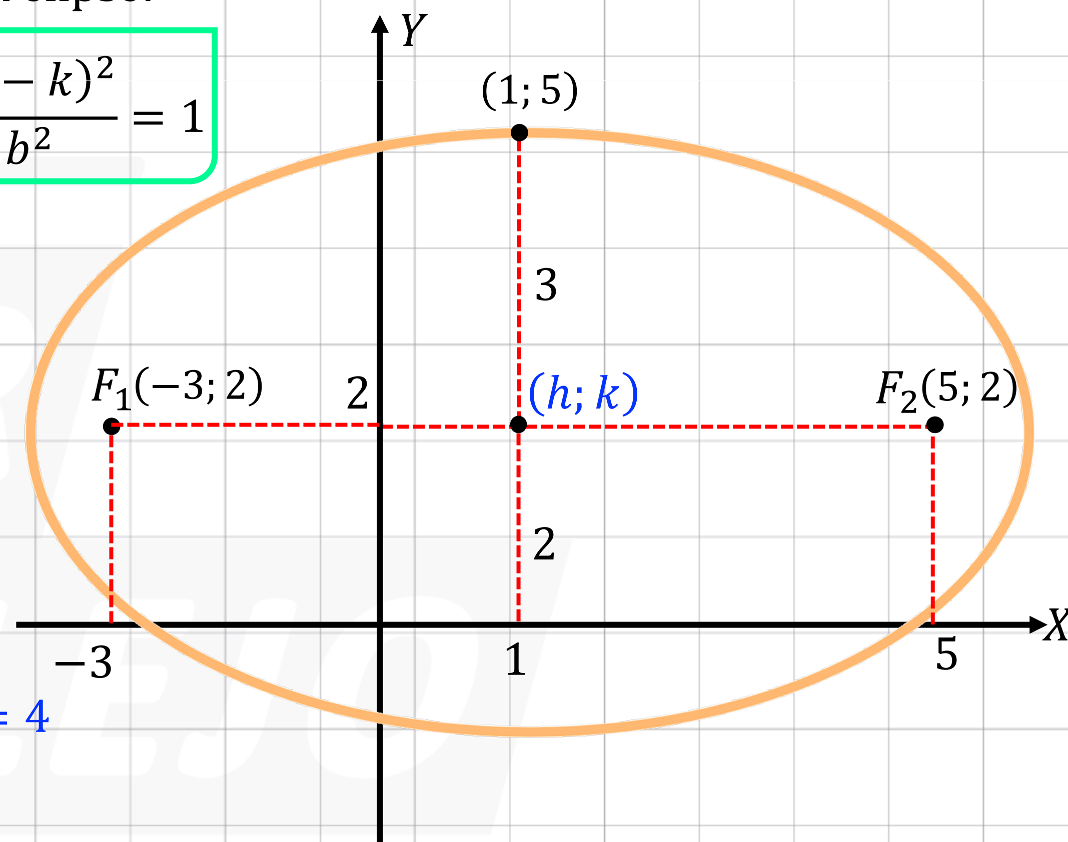
$F_1F_2=2c$

$8=2c \Rightarrow c=4$

$b=3$

$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow a=5$$

Piden $abhk$



$\therefore abhk=30$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 5

Determine el área de la región triangular formada por la recta tangente a la elipse $9x^2+4y^2=72$ en el punto (2; 3) y los semiejes coordenados.

A) 16 B) 12 C) 8
D) 24 E) 16

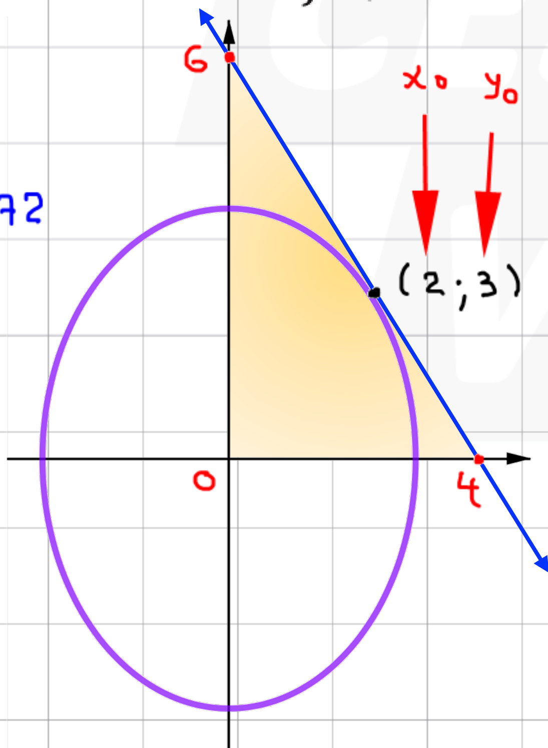
Resolución

$\mathcal{E}: 9x^2+4y^2=72$

$\mathcal{E}: \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{18}=1$

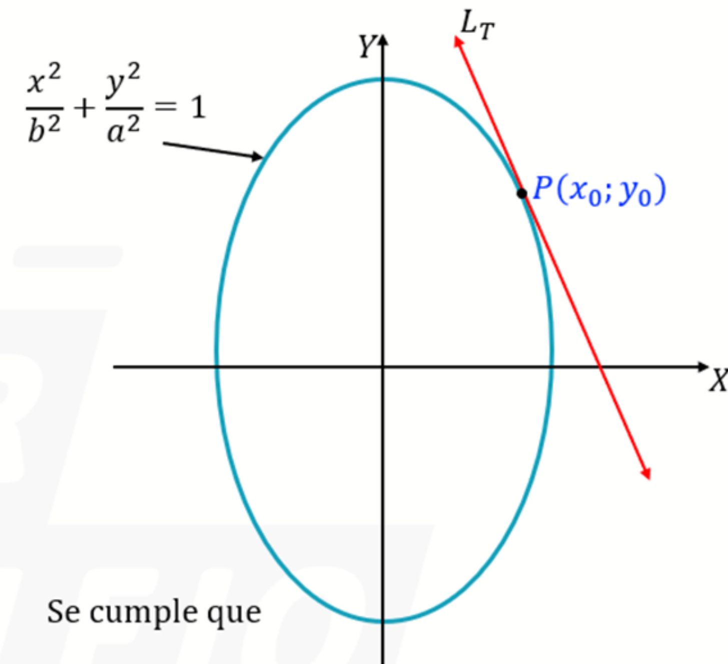
$a^2=18$

$b^2=8$



Pendiente de la recta:

$$m=-\frac{a^2x_0}{b^2y_0}$$



Se cumple que

$m=-\dfrac{a^2x_0}{b^2y_0}$ es la pendiente de la recta L_T

$$m=-\frac{18\cdot 2}{8\cdot 3}$$

$$\rightarrow m=-\frac{3}{2}$$

Ecuación de la recta tangente

$$L_T: y-3=-\frac{3}{2}(x-2)$$

$$L_T: 3x+2y-12=0$$

Intersección de la recta con los ejes:

$x=0 \rightarrow y=6$

$y=0 \rightarrow x=4$

Luego

$$\text{Área}=\frac{4\times 6}{2}=12$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 6

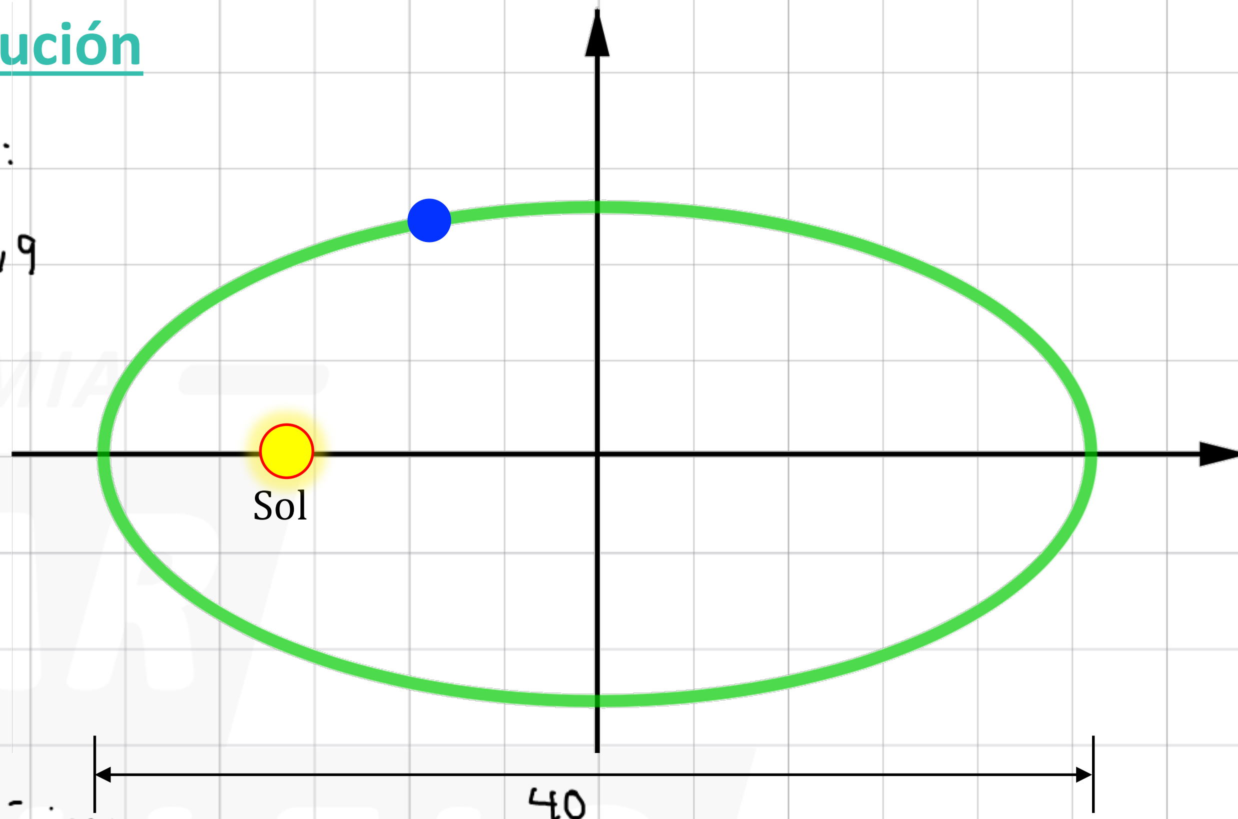
En el observatorio astronómico del Morro Solar se verifico que la trayectoria del cometa Halley es de forma elíptica, con el sol en uno de los focos, una excentricidad de 0,9 y su eje mayor de 40 ua (Donde ua $=150\cdot10^{6}$ km) entonces la longitud del lado recto de la cónica en (ua) es

A) 3,2 B) 8 C) 7,6
D) 7,2 E) 4,2

Resolución

Dato:

$e = 0{,}9$



Del gráfico:

$2a = 40 \rightarrow a = 20$

Excentricidad: $e = \dfrac{c}{a} \rightarrow 0{,}9 = \dfrac{c}{20} \rightarrow c = 18$

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = 76$

$\therefore LR = \dfrac{2b^2}{a} = \dfrac{2\cdot 76}{20} = 7{,}6$

PROBLEMA 7

Un pintor está sobre una escalera *AB* de 3 m de largo y a 1 m del punto *A*, si el punto *A* está apoyado en la pared y *B* en el suelo y en un determinado momento la escalera resbala con lo cual el pintor al caer describe una curva cuya ecuación es:
(Considere el piso y la pared en el eje *X* y eje *Y* respectivamente)

A) $4x^2+y^2=4$

B) $x^2+4y^2=4$

C) $4x^2+3y^2=12$

D) $3x^2+4y^2=12$

E) $2x^2+3y^2=6$

Resolución

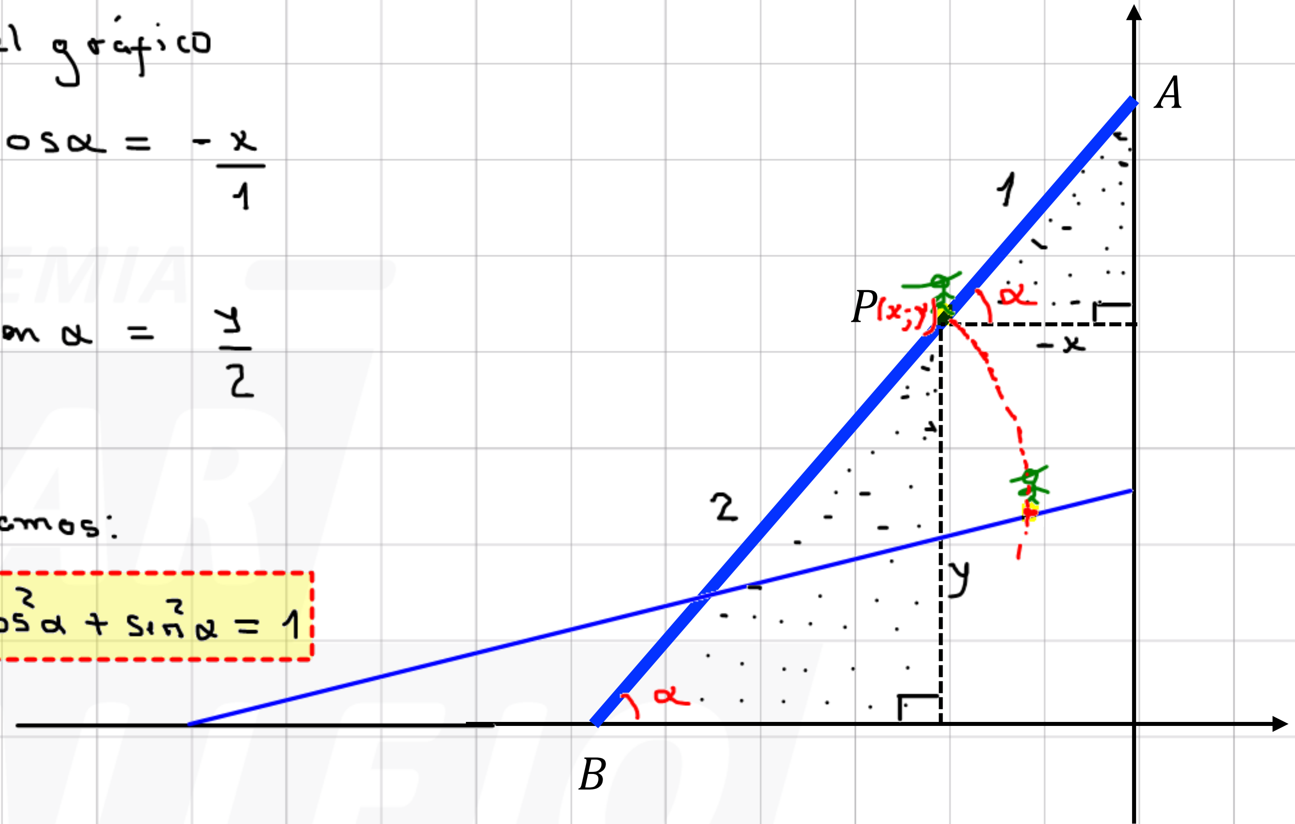
Del gráfico

$\cos\alpha = \frac{-x}{1}$

$\sin\alpha = \frac{y}{2}$

Usamos:

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$



$(-x)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1 \longrightarrow x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

$\therefore\ 4x^2 + y^2 = 4$



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe